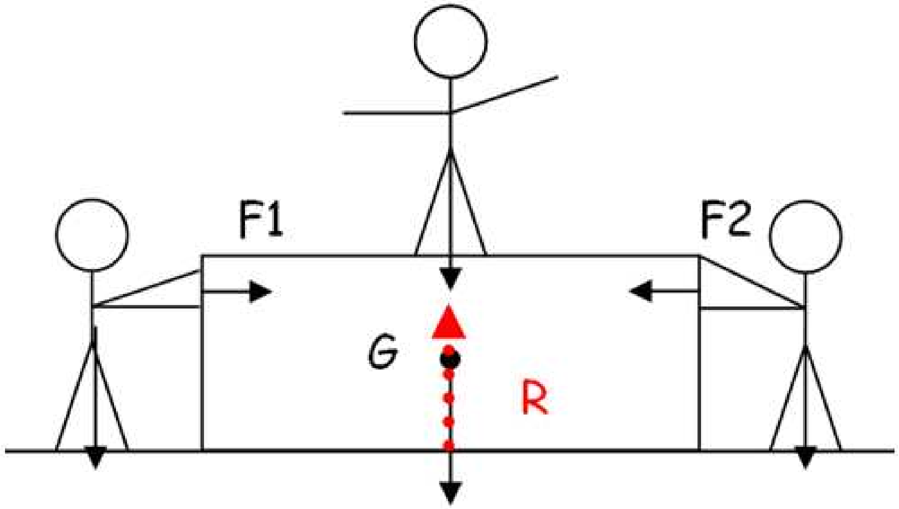
Exercice 1



- Système : Caisse
- Bilan des forces : $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{R}, \vec{P}_{Homme}, \vec{P}_{Caisse}$

- Principe Fondamental de la statique :

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum \vec{M}_{\vec{F}/G} = 0$$

Equilibre de translation :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{R} + \vec{P}_{Homme} + \vec{P}_{Caisse} = \vec{0}$$

Projection sur x : $F_{1_X} + F_{2_X} + R_X + P_{H_X} + P_{C_X} = 0$

$$-F_1 + F_2 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$F_2 = F_1 = 20N \qquad \boxed{F_2 = 20N}$$

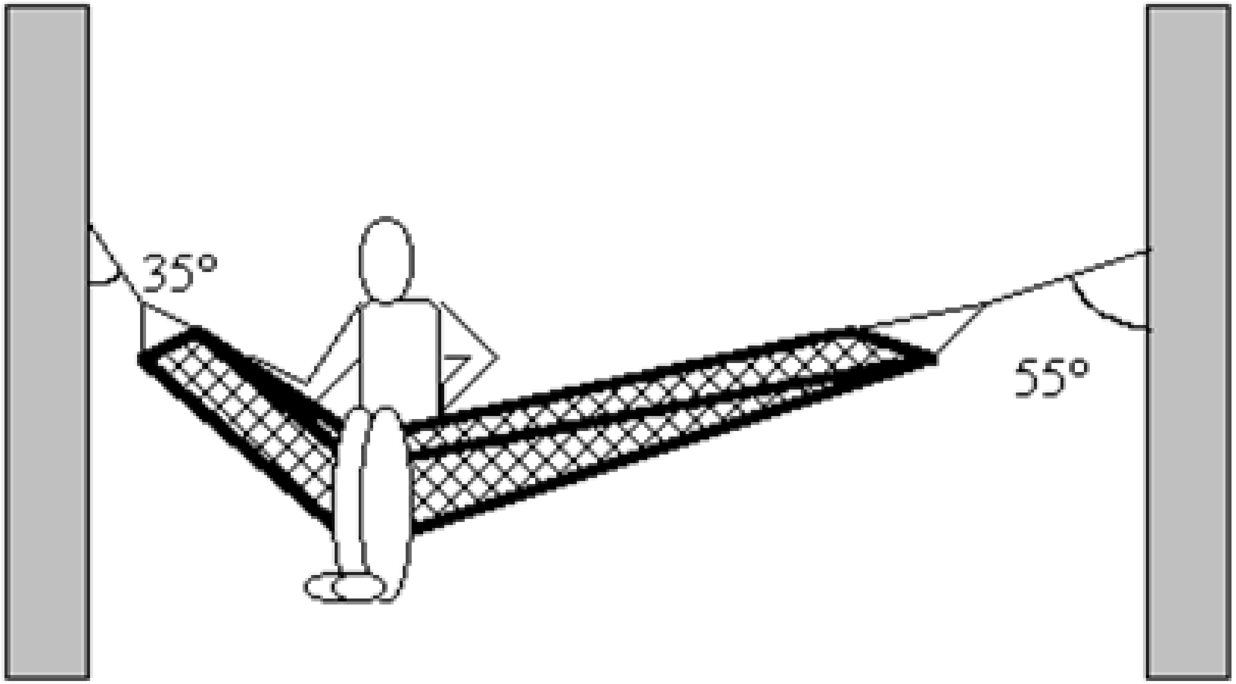
Projection sur y : $F_{1_Y} + F_{2_Y} + R_Y + P_{H_Y} + P_{C_Y} = 0$

$$0 + 0 + R - P_H - P_C = 0$$

$$R = P_H + P_C = 70 \times 10 + 100 \times 10 = 1700N$$

$$\boxed{R = 1700N}$$

Exercice 2

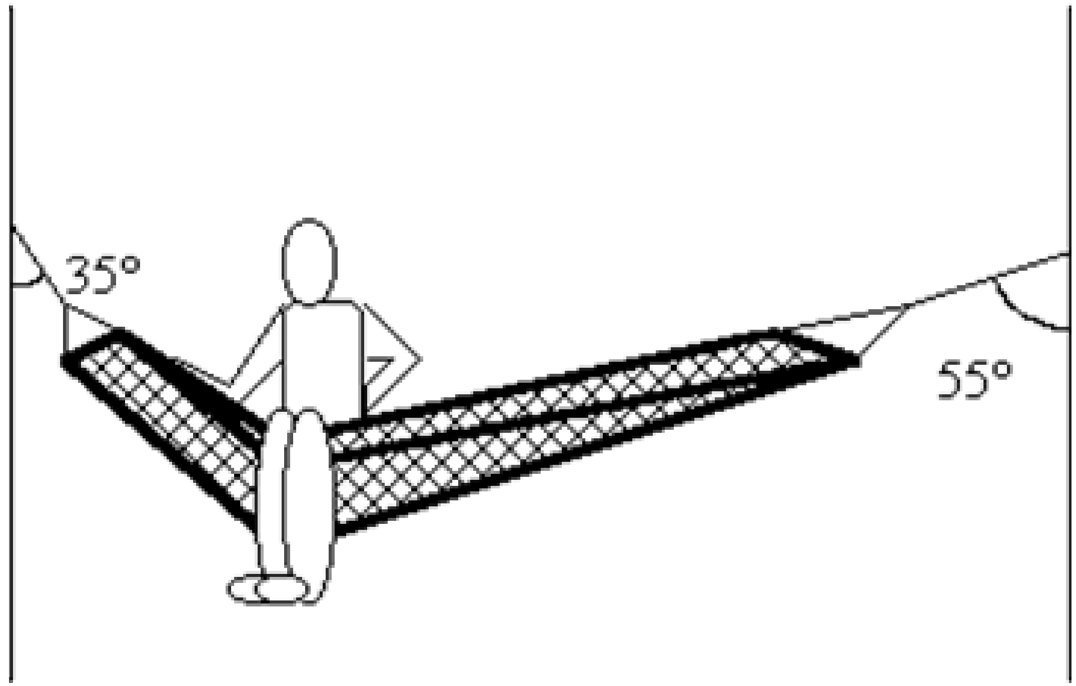


Exemple d'un individu en équilibre dans un hamac.

Il pèse 75kg. Quelle est la tension des cordes d'attache?

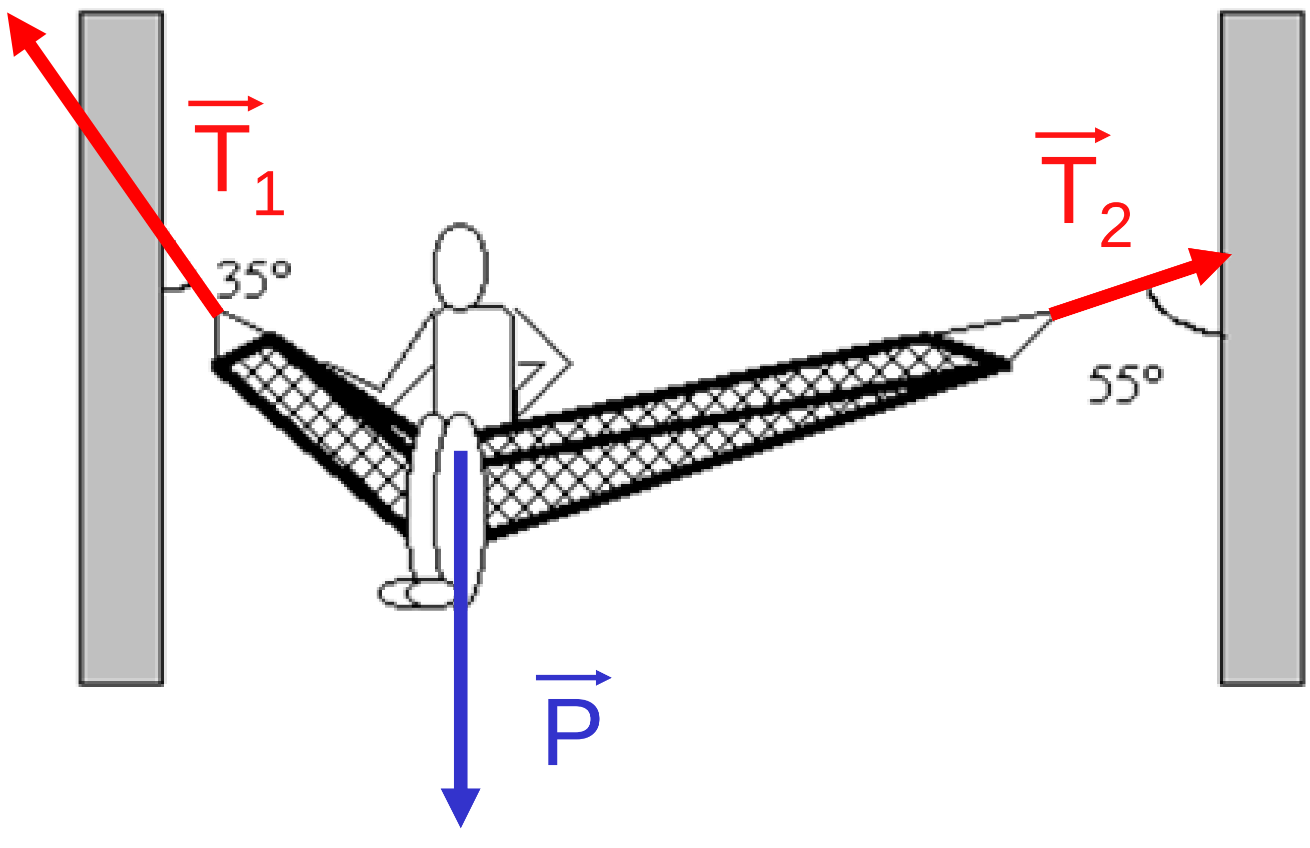
1. Isolement du système

- L’imaginer seul : le hamac



2. Bilan des forces

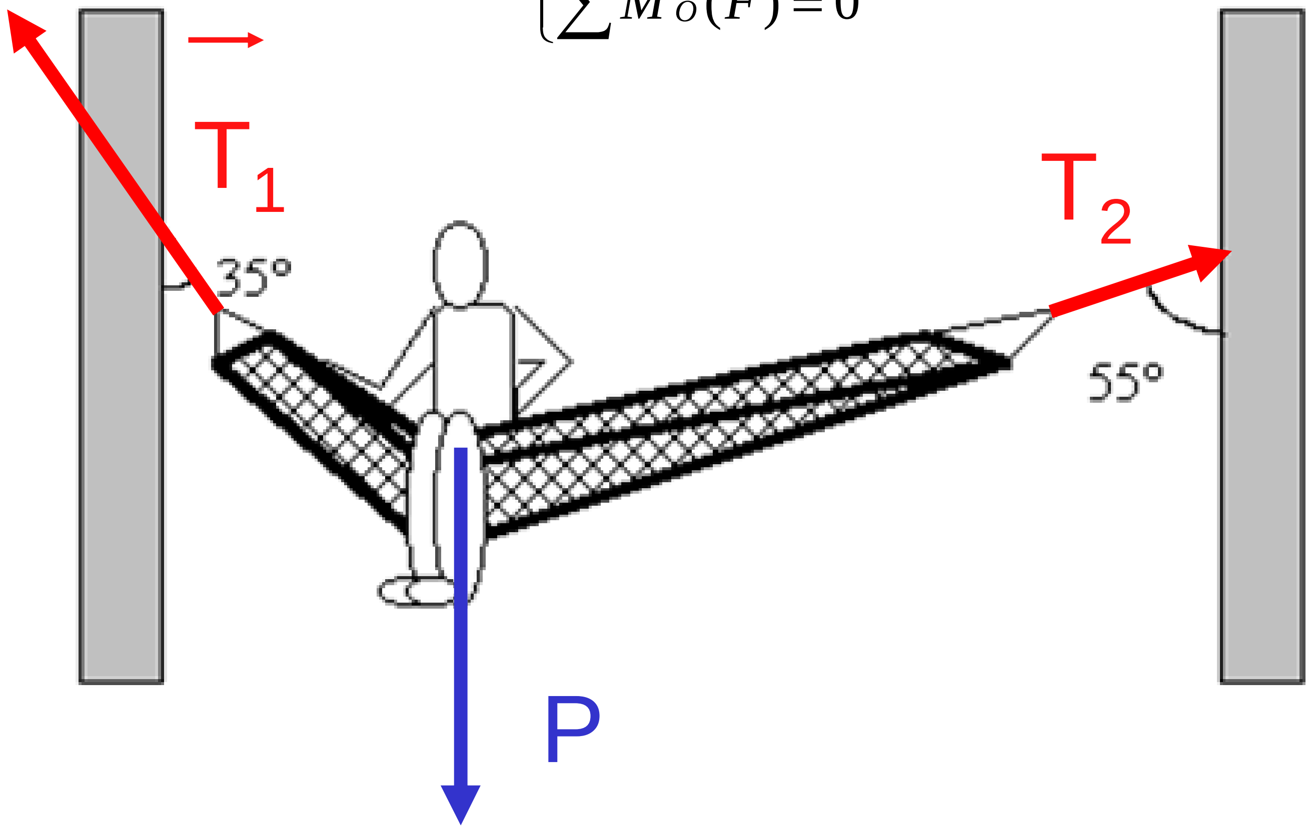
- Recenser les efforts extérieurs qui s'exercent sur lui
- $\vec{P}$, $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$



3. Enoncé du PFS

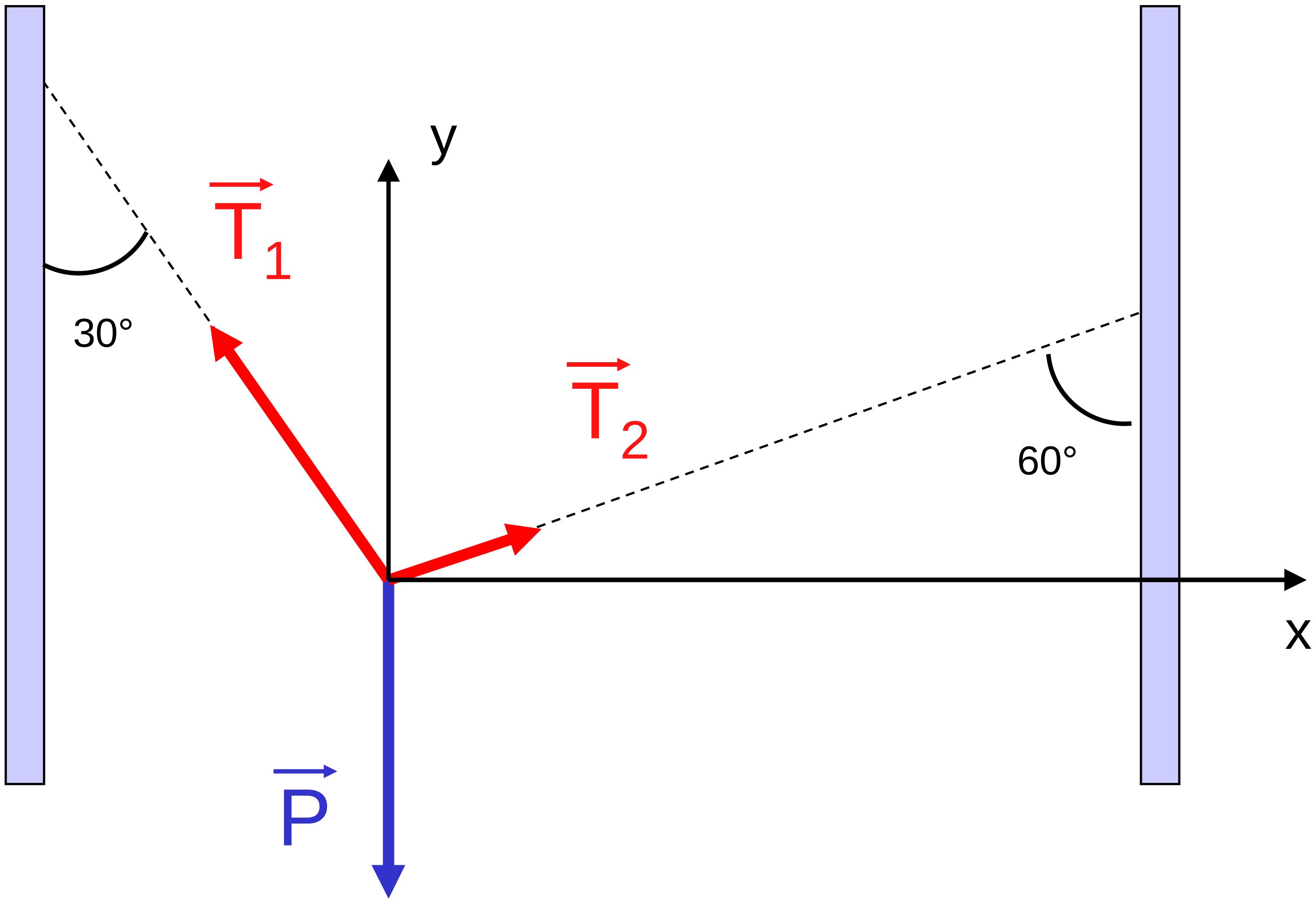
- Le solide est en équilibre par rapport au référentiel galiléen si les sommes des forces est des moments sont nulles

$$\begin{cases}\sum \vec{F} = \vec{0} \\ \sum \overrightarrow{M_O}(\vec{F}) = \vec{0}\end{cases}$$

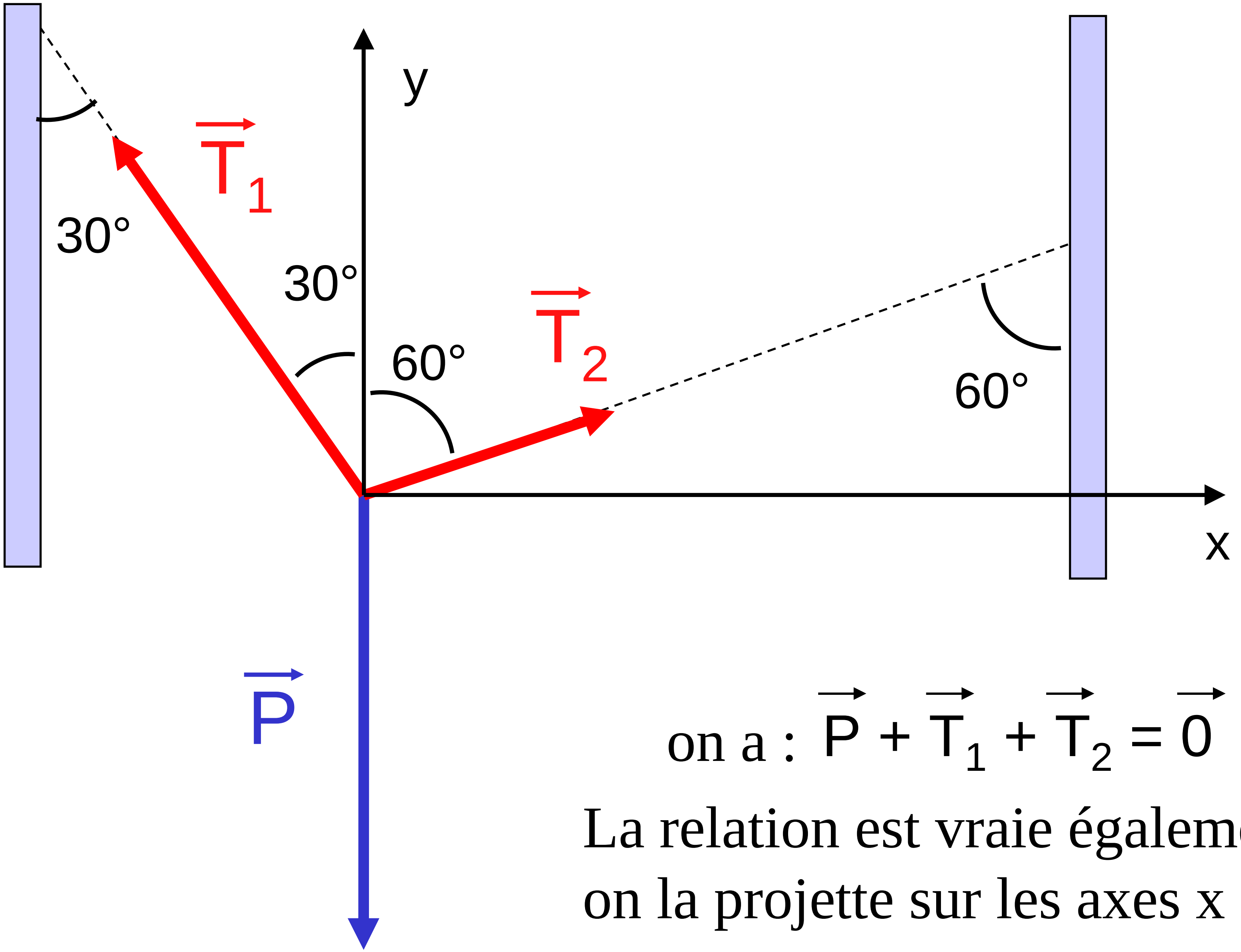


4. Projection du système de vecteurs sur les axes

- On ramène toutes les forces au centre de masse

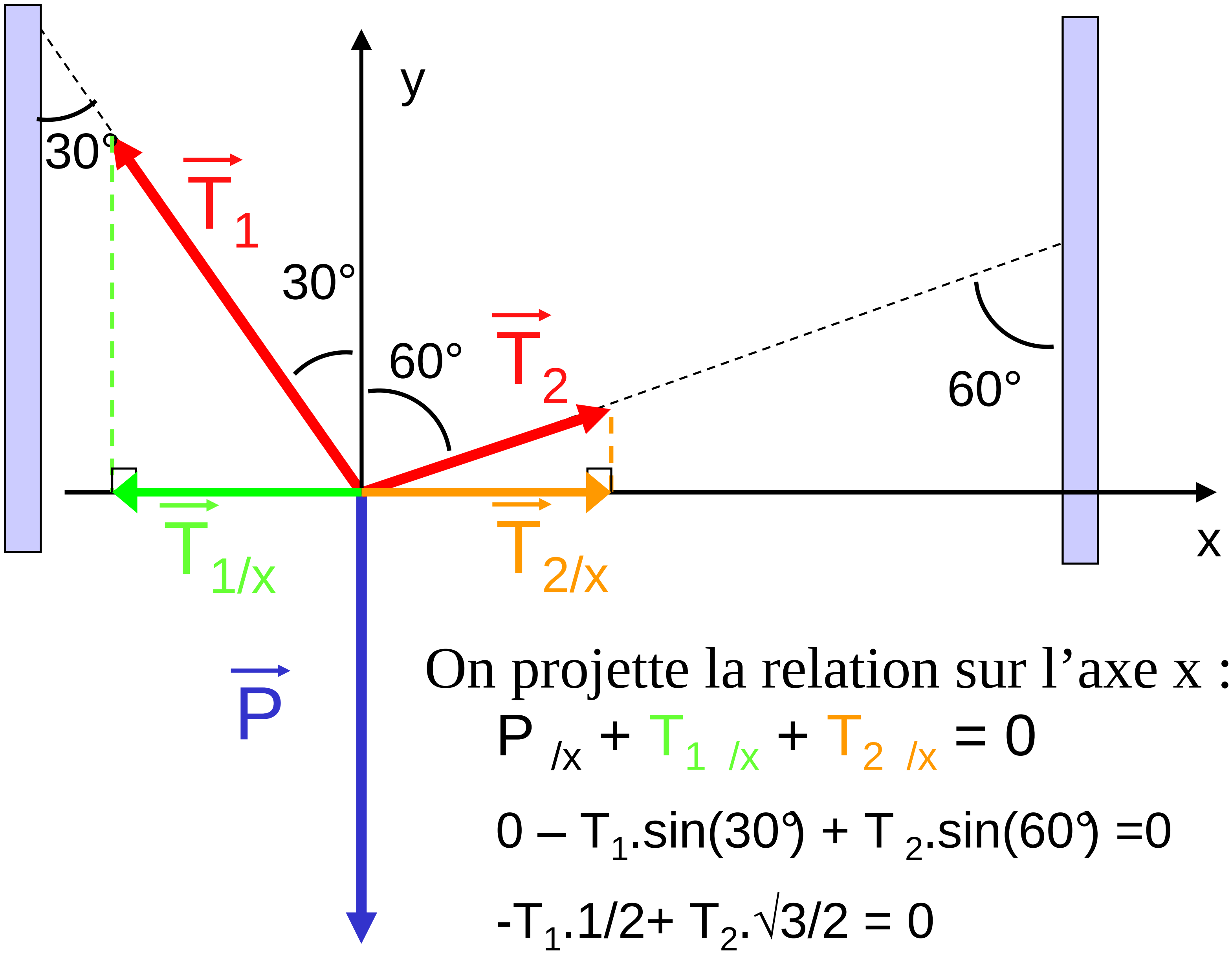


4. Projection du système de vecteurs sur les axes



on a : $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$

La relation est vraie également si on la projette sur les axes x et y



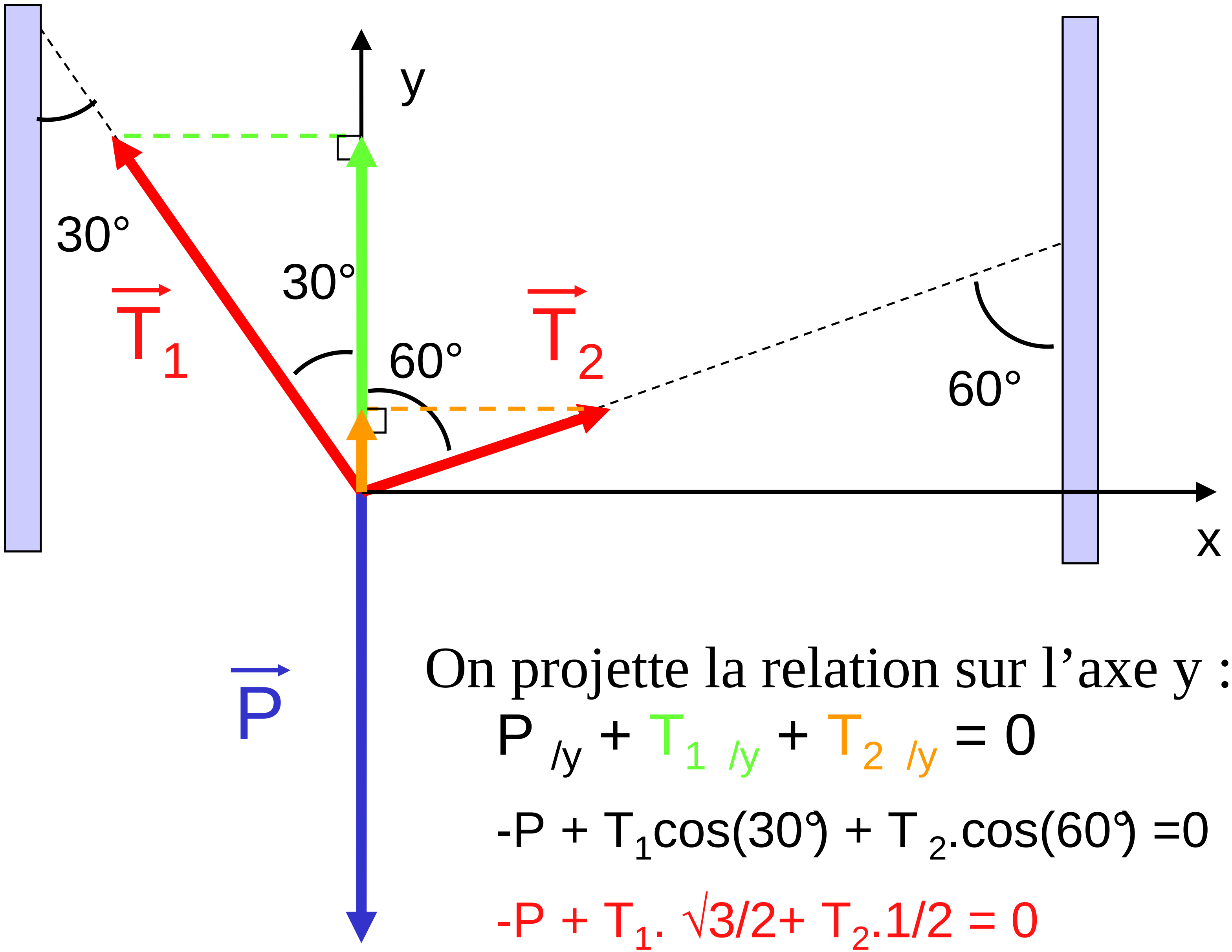
On projette la relation sur l'axe x :

$$P_{/x} + T_{1\ /x} + T_{2\ /x} = 0$$

$$0 - T_1.\sin(30°) + T_2.\sin(60°) = 0$$

$$-T_1.1/2 + T_2.\sqrt{3}/2 = 0$$

$$T_1 = \sqrt{3}\ .\ T_2$$



On projette la relation sur l'axe y :

$$P_{/y} + T_{1\ /y} + T_{2\ /y} = 0$$

$$-P + T_1\cos(30°) + T_2.\cos(60°) = 0$$

$$-P + T_1.\sqrt{3}/2 + T_2.1/2 = 0$$

$\vec{P} + \vec{T_2} + \vec{T_1} = \vec{0}$ projetée sur x et y donne donc les 2 équations suivantes :

$T_1 = \sqrt{3} \cdot T_2$ (1)

$-P + T_1 \cdot \sqrt{3}/2 + T_2 \cdot 1/2 = 0$ (2)

On injecte (1) dans (2) :

$-P + (\sqrt{3}\ T_2)\ \sqrt{3}/2 + T_2 \cdot 1/2 = 0$

$-P + (3/2 + 1/2)\ T_2 = 0$

$-P + 2\ T_2 = 0$

$T_2 = ½ \cdot P = 0.5\ mg = 0.5 \times 75 \times 9{,}81$

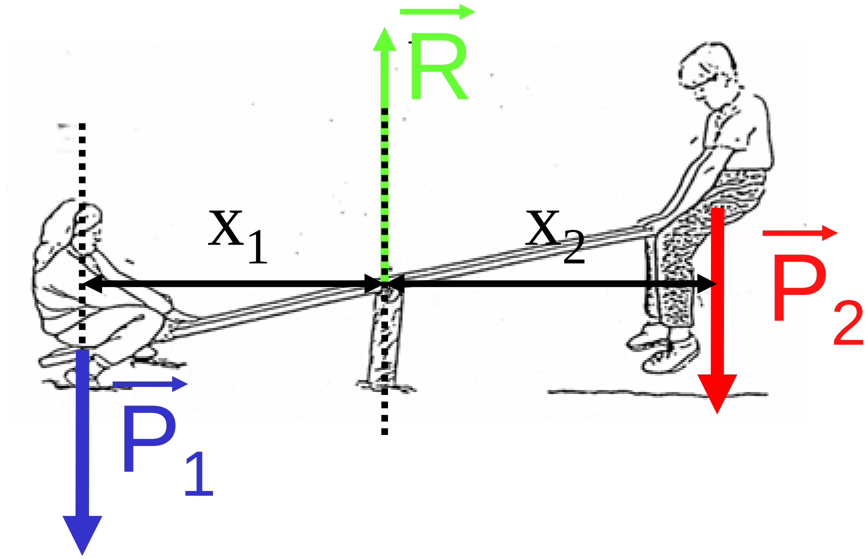
$T_2 = 368\ N$

On revient à (1) :

$T_1 = \sqrt{3} \cdot T_2 = 1{,}73 \times 368$

$T_1 = 636\ N$

Exercice 3:



Le système est en équilibre:

1. Que vaut le rapport x_2/x_1?
2. Que vaut x_2 si :
   - m_1=20 kg, donc $\left\|\vec{P}_1\right\| = 200N$
   - m_2=40 kg, donc $\left\|\vec{P}_2\right\| = 400N$
   - $x_1 = 1m$

Système : la balance

Bilan des forces : $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{R}$

Principe fondamental de la statique : $\sum \vec{F} = \vec{0}$ et $\sum \vec{M}_{\vec{F}/A} = 0$

Equilibre de translation :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R} = \vec{0}$$

Projection sur x : $P_{1_X} + P_{2_X} + R_X = 0$

$$0 + 0 + 0 = 0$$

Projection sur y : $P_{1_Y} + P_{2_Y} + R_Y = 0$

$$-P_1 - P_2 + R = 0$$

$$R = P_1 + P_2 = 600N$$

Equilibre de rotation :

$$\sum \vec{M}_{\vec{F}_{/A}} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_{\vec{P}_1/A} + \vec{M}_{\vec{P}_2/A} + \vec{M}_{\vec{R}/A} = \vec{0}$$

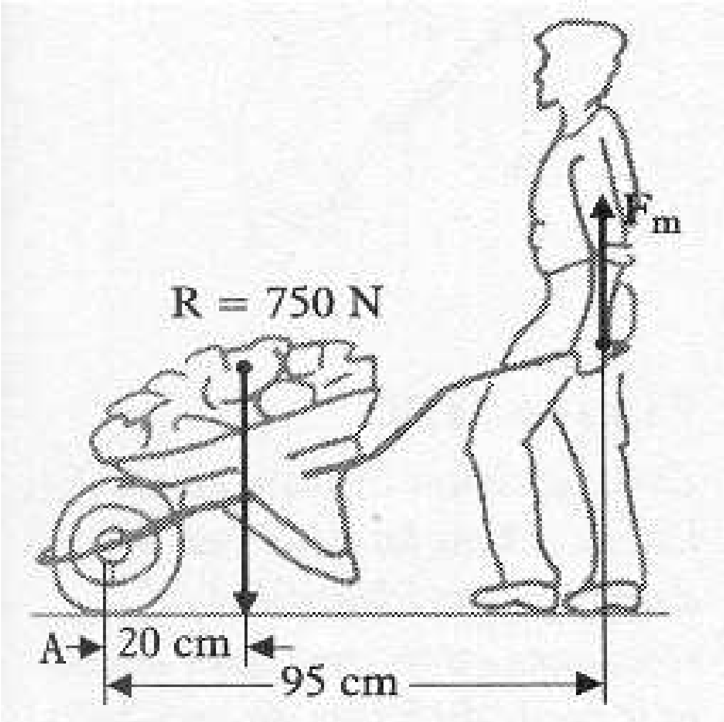
$$\vec{M}_{\vec{P}_1/A} = x_1 \wedge \vec{P}_1 = \begin{vmatrix} -x_1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -P_1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ +x_1 P_1 \end{vmatrix} \quad \vec{M}_{\vec{P}_2/A} = x_2 \wedge \vec{P}_2 = \begin{vmatrix} x_2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -P_2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -x_2 P_2 \end{vmatrix} \quad \vec{M}_{\vec{R}/A} = \vec{0} \wedge \vec{R} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Sur z : $x_1 P_1 - x_2 P_2 + 0 = 0$

$$x_1 P_1 = x_2 P_2$$

$$x_2 = \frac{x_1 P_1}{P_2} = \frac{1 * 200}{400} = 0.5m \qquad \boxed{x_2 = 0.5m}$$

Exercice 4



Pour que la brouette soit en équilibre, quelle force F_m doit développer l'individu ?

- Système : Brouette+Homme
- Bilan des forces : $\vec{R}, \vec{F}_M, \vec{R}_s$
- Principe Fondamental de la statique

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \sum \vec{M}_{\vec{F}/A} = 0$$

- Il s'agit d'un levier inter-résistant

Equilibre de translation (équilibre des forces) :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{R} + \vec{F}_M + \vec{R}_S = \vec{0}$$

Projection sur x : $R_X + F_{M_X} + R_{S_X} = 0$

$$0 + 0 + 0 = 0$$

Projection sur y : $R_Y + F_{M_Y} + R_{S_Y} = 0$

$$-R + F_M + R_S = 0$$

$$F_M = R - R_S$$

Equilibre de rotation (équilibre des moments) :

$$\sum \vec{M}_{\vec{F}_{/A}} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_{\vec{R}/A} + \vec{M}_{\vec{F}_M/A} + \vec{M}_{\vec{R}_S/A} = \vec{0}$$

$$\vec{M}_{\vec{R}/A} = d_1 \wedge \vec{R} = \begin{vmatrix} 0.2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -750 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.2 * 750 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_{\vec{P}_2/A} = d_2 \wedge \vec{F}_m = \begin{vmatrix} 0.95 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -F_M \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.95 * F_M \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_{\vec{R}/A} = \vec{0} \wedge \vec{R} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$-0.2*750 + 0.95*F_M = 0$

$F_M = 0.2*750/0.95 = 158$ N

$$\boxed{F_M = 158 N}$$