Plan du cours:

I Hitorique de la biomécanique

II Notions de Mécanique

III Muscles et biomécanique articulaire

IV Application aux pathologies

1. Les forces

- Les forces à distance

(gravité, champ magnétique)

- Les forces de contact

(interaction matière /matière)

- Les forces internes

Muscles et tendons ‣ Forces en Tension

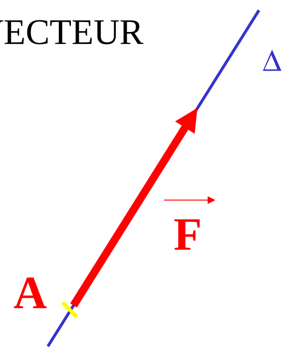
Os et cartilage ‣ Forces en Compression

DÉFINITION MATHÉMATIQUE D'UNE FORCE

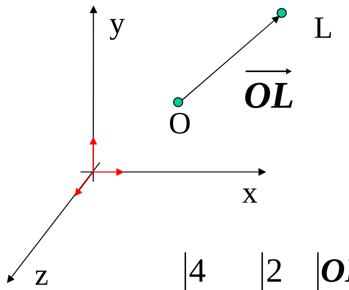
Unité de force : N (Newton)

Une force est représentée par un VECTEUR défini par:

- une direction: Δ
- un sens
- une norme: F
- un point d'application: A



Rappel de calcul sur le vecteur

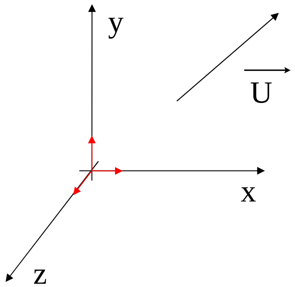


$$O = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad L = \begin{vmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{OL} = L\begin{vmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{vmatrix} - O\begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} OLx = Lx - Ox = 4 - 2 = 2 \\ OLy = Ly - Oy = 4 - 2 = 2 \\ OLz = Lz - Oz = 0 - 0 \end{vmatrix}$$

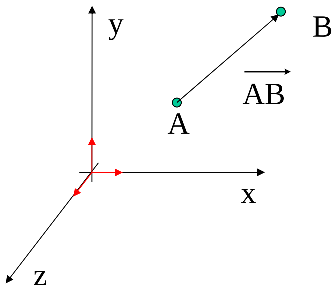
$$2.\overrightarrow{OL} = \begin{vmatrix} 2OLx = 4 \\ 2OLy = 4 \\ 2OLz = 0 \end{vmatrix}$$

Norme d'un vecteur



Si $\vec{U} = \begin{vmatrix} Ux \\ Uy \\ Uz \end{vmatrix}$

Alors $\left\| \vec{U} \right\| = \sqrt{Ux^{2} + Uy^{2} + Uz^{2}}$



Si $A \begin{vmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{vmatrix}$ et $B \begin{vmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{vmatrix}$

Alors

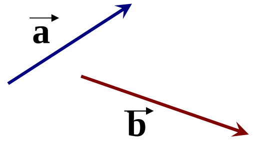
$$\left\| \overrightarrow{AB} \right\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

*** Addition vectorielle :**

La somme de deux ou de plusieurs vecteurs est un vecteur.

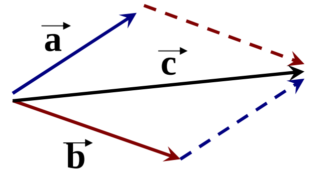
Règle du parallélogramme :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

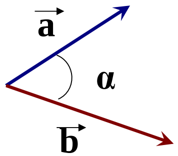


Si $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

Alors $\vec{c} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$



Produit scalaire



$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = \left\| \vec{a} \right\| \times \left\| \vec{b} \right\| \times \cos(\alpha)}$$

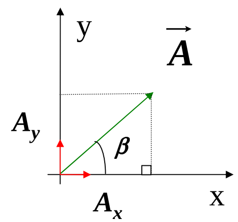
(∊ IR)

Si $\vec{a} = \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{vmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{vmatrix}$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x.b_x. + a_y.b_y + a_z.b_z}$$

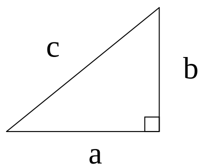
1) $\vec{v} \cdot \vec{u} = \vec{u} \cdot \vec{v}$
2) $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
3) $\vec{u} \cdot (a\vec{v}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v}) = (a\vec{u}) \cdot \vec{v}$
4) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$
5) $\vec{u} \cdot \vec{0} = 0$
6) $\vec{u}^{\,2} = \|\vec{u}\|^2$
7) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$

Projection d'un vecteur dans une base :



$$A_x = \left\| \vec{A} \right\| * \cos \beta$$

$$A_y = \left\| \vec{A} \right\| * \sin \beta$$

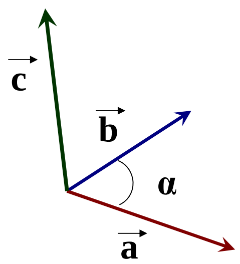


Pythagore:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\left\| \vec{A} \right\|^2 = A_x^{\,2} + A_y^{\,2}$$

Produit vectoriel



$$\boxed{\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}}$$ Tel que

- $\vec{c} \perp \vec{a}$ et $\vec{b}$
- $\vec{c}$ orienté tel que
  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ dans le sens direct

  (règle de la main droite
  pouce = $\vec{a}$
  index = $\vec{b}$
  majeur = $\vec{c}$)
- $\|\vec{c}\| = \|\vec{a}\| . \|\vec{b}\| . \sin(\alpha)$

Produit vectoriel (suite)

Si $\vec{a} = \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{vmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{vmatrix}$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \\ a_z & b_z \\ a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boxed{a_y . b_z - a_z . b_y} \\ \boxed{a_z . b_x - a_x . b_z} \\ \boxed{a_x . b_y - a_y . b_x} \end{vmatrix}$$

Différents types de forces

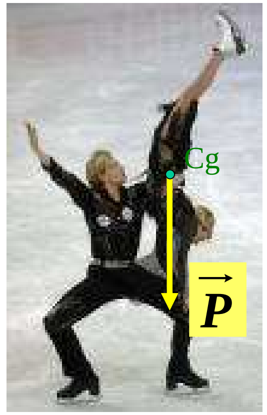
- Les forces à distance
(gravité, champ magnétique)

- Les forces de contact
(interaction matière /matière)

- Les forces internes
Muscles et tendons ‣Forces en Tension
Os et cartilage ‣Forces en Compression

Exemple de Forces à distance : L'Effet de la gravité

Poids : $$\vec{P} = m.\vec{g}$$



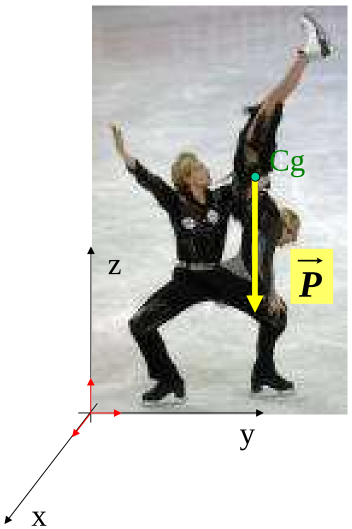
avec

- m la masse (kg);
- g l'accélération due à la gravité ($m.s^{-2}$), g = 9,81
- Appliquée au centre de gravité (Cg)

$$\vec{g} = \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -9{,}81 \end{array} \right. \qquad \boldsymbol{m} = 55\,\boldsymbol{Kg}$$

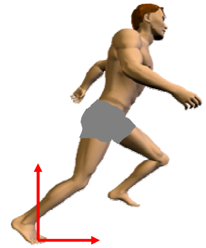
$$\vec{P} = \boldsymbol{m}.\vec{g} = 55 \times \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -9{,}81 \end{array} \right. = \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ -539{,}5 \end{array} \right.$$

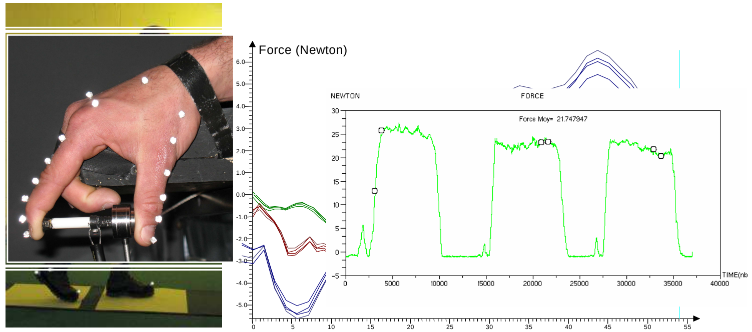
$$\left\| \vec{P} \right\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-539.5)^2} = 539.5\,N$$



LES FORCES DE CONTACT

a) Force ponctuelle





b) Force de pression hydrostatique

Tout corps plongé dans un fluide,
subit une force verticale dirigéé vers le haut
et opposée au poids du volume de fluide déplacé

cette force est appelée « **poussée d'Archimède** ».

Soit M_f la masse de fluide déplacé

Poids du fluide déplacé :

$\vec{P}_f = M_f \,.\, \vec{g}$

Poussée d’archimède :

$$\boxed{\vec{F} = -\,\vec{P}_f = -\,M_f \,.\, \vec{g}}$$

c) Force de traînée ou de résistance à l’avancement dans un fluide

$$\boldsymbol{F_R} = \frac{1}{2}.\boldsymbol{\rho}.\boldsymbol{S}.\boldsymbol{C_x}.\boldsymbol{v}^2$$

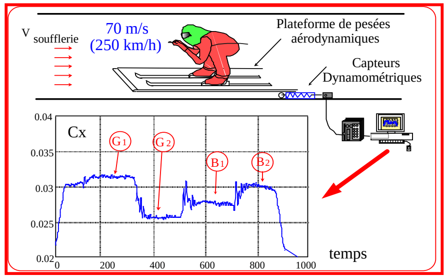
avec Cx le coefficient de trainée

- ρ: la masse volumique du fluide
- S: la surface projetée
- v: vitesse relative

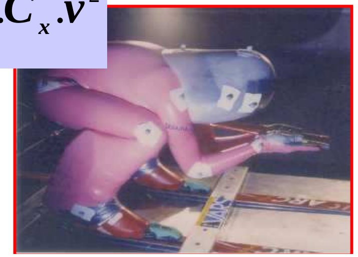
Le corps subit une force de traînée ou de résistance qui s’oppose au mouvement relatif

- **sports aéronautiques: chute libre, vol libre …**
- **cyclisme, ski ….**

OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE DU SKIEUR DE K.L.

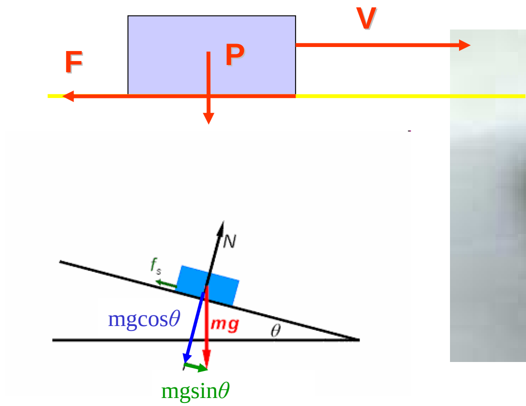


$$F_R = \frac{1}{2}.\rho.S.C_x.v^2$$



d) Force de frottement au contact

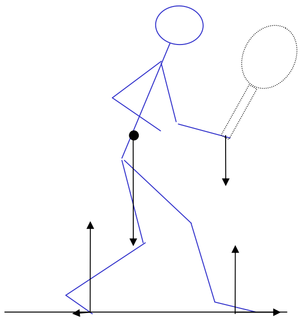
C’est une force passive qui s’oppose au glissement.



La force de frottement est proportionnelle à la force qui presse les deux surfaces l'une contre l'autre et du coefficient de frottement propre aux objets (type de surface…)

Notions de forces internes et externes

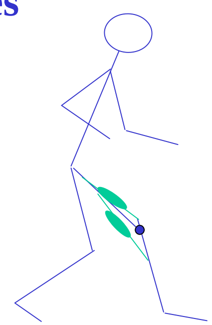
Forces extérieures
au sujet



Forces données : poids…

Forces de liaisons extérieures :
réactions au sol…

Forces internes
au niveau du genou



Forces musculaires :

• Font tourner les segments corporels autour des articulations.

• Sous le contrôle du système nerveux, on les considère donc d’un point de vue biomécanique comme des forces **actives**

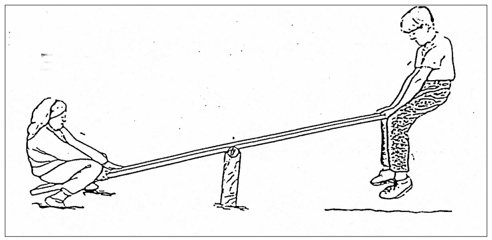
Forces de liaisons articulaires :

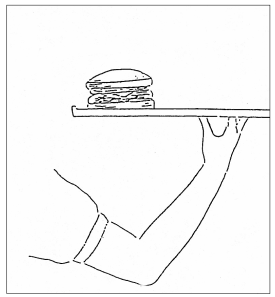
• Forces de contact et de compression. Forces **passives**.

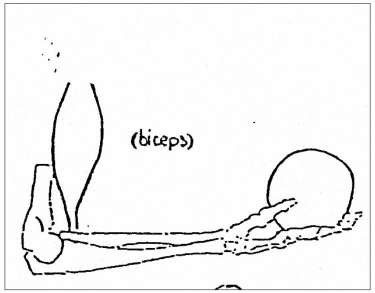
2. Les moments de force

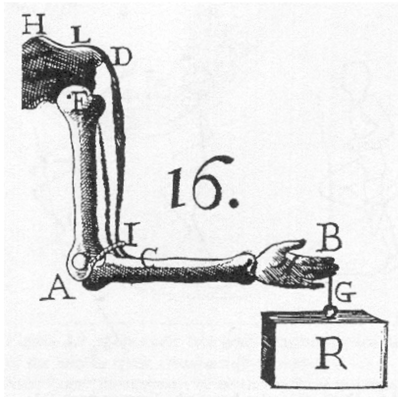
“Un levier et je soulèverai le monde” (Archimède)

Notion de moment de force = Force + bras de levier









Les “fameux” leviers

Borelli (1608-1679)

Autres exemples de moments de force…

- Le tire bouchon
- Le pédalier du vélo
- O soto gari
- …

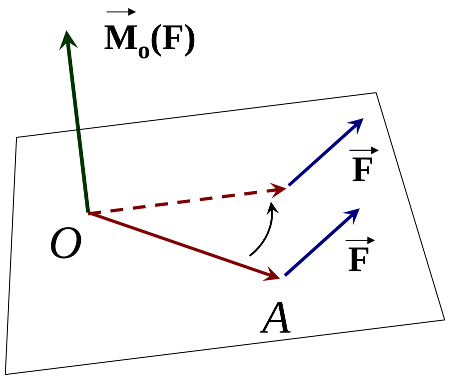
Comment quantifier un moment de force ?

Soit [OA] segment fixe en O

Soit F appliquée en A

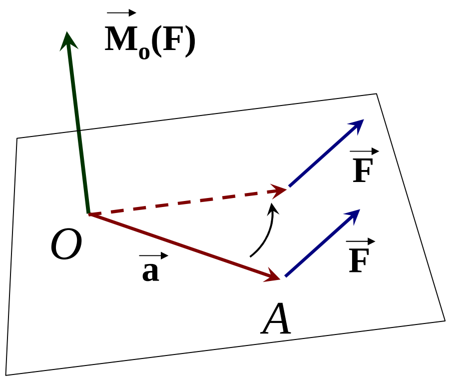
Le moment de F en A par rapport à O :

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$



Comment quantifier un moment de force ?

$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$



Règle de la main droite :

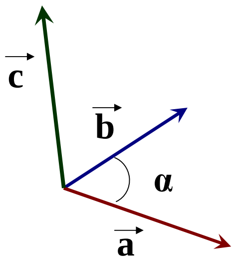
Pouce : (OA)

Index : Force (F)

Majeur : Moment (M)

Propriétés : $\vec{M}_A(\vec{F}) = \vec{0}$

Produit vectoriel (Rappel)



$$\boxed{\vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{c}}$$

Tel que

- $\vec{c} \perp \vec{a}$ et $\vec{b}$
- $\vec{c}$ orienté tel que $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ dans le sens direct

(règle de la main droite

pouce = $\vec{a}$

index = $\vec{b}$

majeur = $\vec{c}$)

- $\|\vec{c}\| = \|\vec{a}\| . \|\vec{b}\|$. sin (α)

Produit vectoriel (Rappel suite)

Si $\vec{\mathbf{a}} = \begin{vmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{vmatrix}$ et $\vec{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{vmatrix}$

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \\ a_z \ominus & b_z \\ a_x \ominus & b_x \\ a_y \ominus & b_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \boxed{a_y . b_z - a_z . b_y} \\ \boxed{a_z . b_x - a_x . b_z} \\ \boxed{a_x . b_y - a_y . b_x} \end{vmatrix}$$

Comment quantifier un moment de force ?

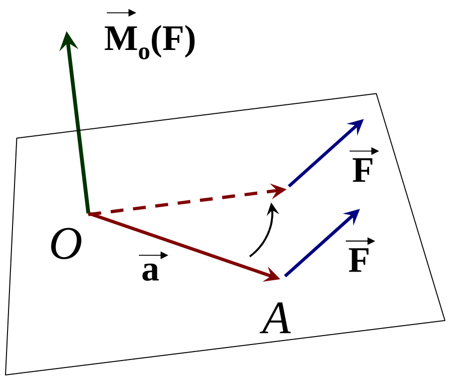
$$\vec{M}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}$$

$$\overrightarrow{\mathbf{OA}} = \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

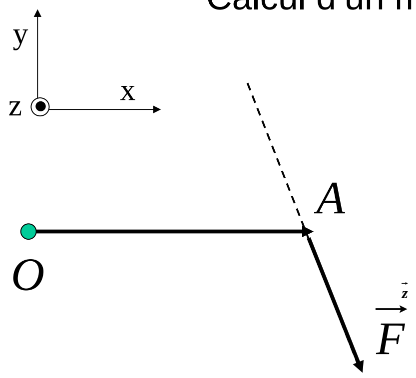
$$\vec{\mathbf{M}}_\mathbf{o}(\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} 2 \text{ x } 1 - (-1)\text{x}(-2) \\ (-1)\text{x}5 - 3\text{x}1 \\ 3\text{x}(-2) - 2\text{x}5 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{M}}_\mathbf{o}(\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} 0 \\ -8 \\ -16 \end{vmatrix}$$

$$\|\vec{\mathbf{M}}_\mathbf{o}(\mathbf{F})\| = \sqrt{\mathbf{64 + 256}}$$



Calcul d'un moment de force:



$$\overrightarrow{OA}\begin{vmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \vec{F}\begin{vmatrix} 5 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix} = \vec{M}_{\vec{F}/O}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{vmatrix}$$

$$\|\vec{M}_{\vec{F}/O}\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-5)^2} = 5\text{N.m}$$

3. Centre de masse et moment d'inertie des segments corporels

Anthropométrie

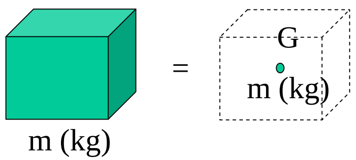
- Mesures du corps humain
- Longueurs segmentaires
- masses segmentaires
- Centres de masse et mesures inertielles

L'utilité de l'anthropométrie ?

- Valeurs normalisées, i.e. généralisées à l'ensemble de la population.
- Ergonomie et design industriel (automobile, ameublement, etc.)
- Conception d'équipements (sportifs, outils, etc)
- Orthopédie (prothèses, orthèses)
- Biomécanique.

Définition du Centre de Masse

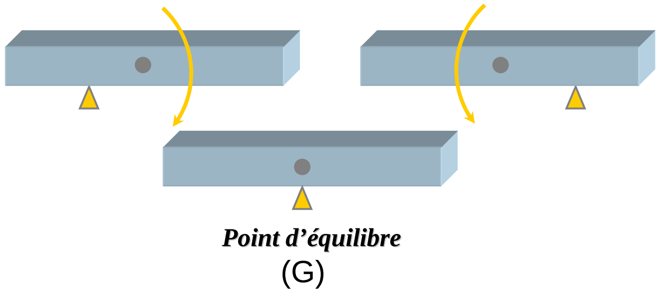
Centre de masse
= Centre de gravité
= centre d'équilibre
= barycentre



« Tout corps pesant a un centre de gravité bien défini en lequel tout le poids du corps peut être considéré comme concentré. »

(Archimède au IIIe siècle av. J.-C.)

Centre de gravité (centre de masse)



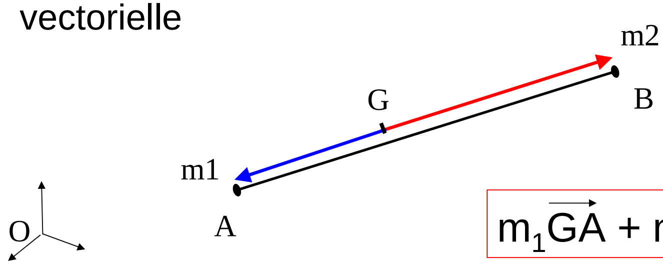
Centre de gravité (G ou CG) d 'un corps rigide est le point où la somme des moments des poids élémentaires est nulle

Détermination du Centre de Masse

Le centre de masse G du système de masses m1 et m2 placées aux points A et B est tel que

$$m_1.GA = m_2.GB$$

On généralise en utilisation une notation vectorielle



$$m_1\overrightarrow{GA} + m_2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$$

Soit en passant par l'origine O du repère R, on a:

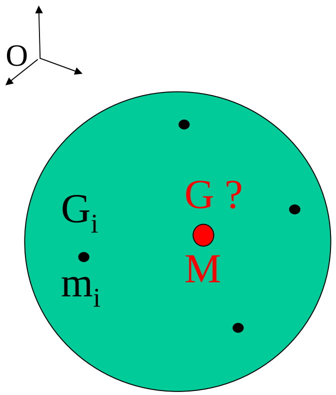
$$(m_1+m_2)\overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OA} + m_2\overrightarrow{OB}$$

Centre de gravité de systèmes complexes

Notion de masses (m_i) et de centres de masse (G_i) élémentaires

$$\vec{OG} = \frac{\sum(m_i \times \vec{OG_i})}{M}$$

où $M = \sum m_i$

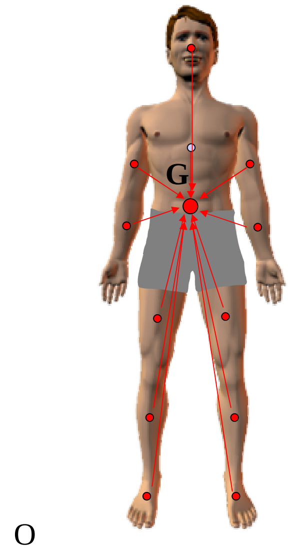


$$M = \sum m_i$$

Centre de masse corporel

$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i \times \vec{OG_i}}{M}$$

où $M = \sum m_i$



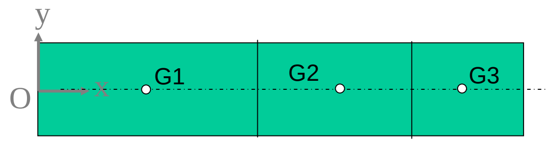
$$\vec{OG} = \frac{\sum m_i \times \vec{OG_i}}{M}$$

où $M = \sum m_i$

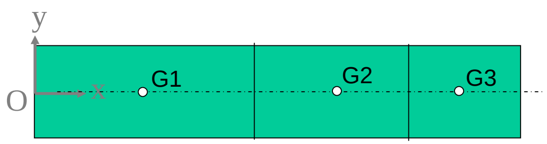
Par rapport à l axe des x

$$OGx = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

Déterminez les coordonnées du CG ?



m1 = 3 kg
m2 = 2 kg
m3 = 1 kg
G1 = 1 m
G2 = 3 m
G3 = 4 m

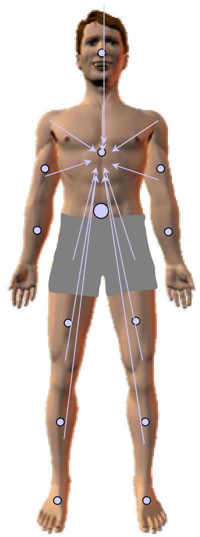


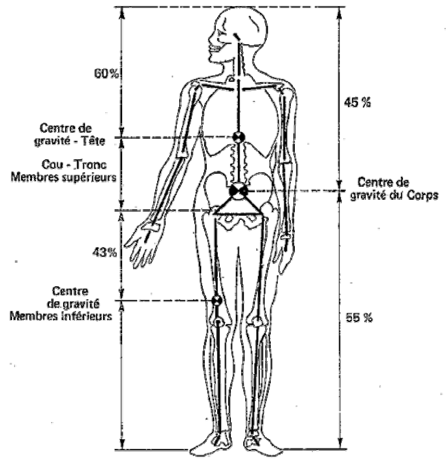
m1 = 3 kg
m2 = 2 kg
m3 = 1 kg
G1 = 1 m
G2 = 3 m
G3 = 4 m

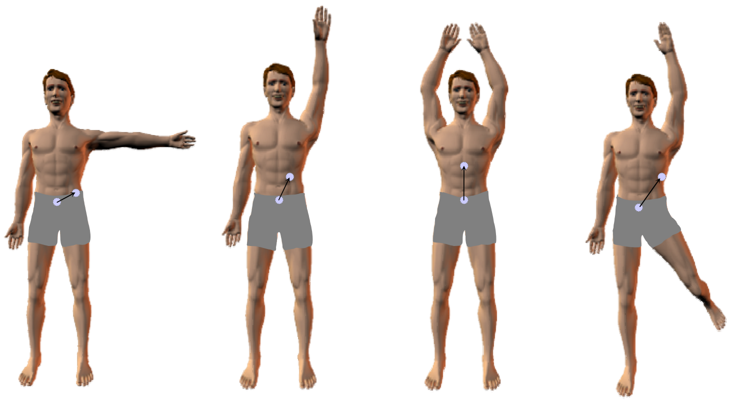
$$\boldsymbol{OGx = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}}$$

$$OG_x = \frac{3 \text{ x } 1 + 2 \text{ x } 3 + 1 \text{ x } 4}{3 + 2 + 1} = \frac{13}{6} = 2.17 \text{ m}$$

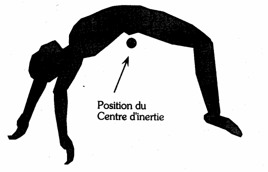
Le centre de gravité du corps se situe, chez l'homme en **position verticale**, à **55 % de la hauteur du sujet**, mesurée à partir du sol, **en avant de la seconde vertèbre.**



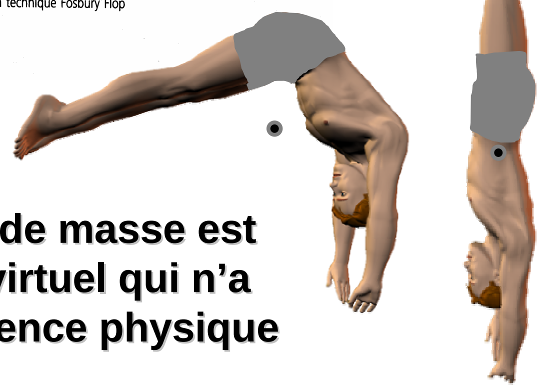




Mobilité du C de M corporel

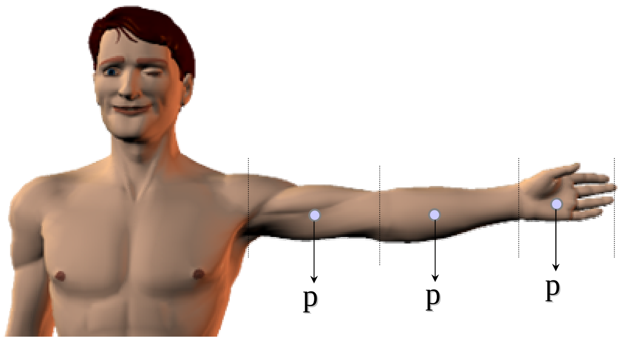


— Position du centre de gravité sous le corps.
Exemple de la technique Fosbury Flop



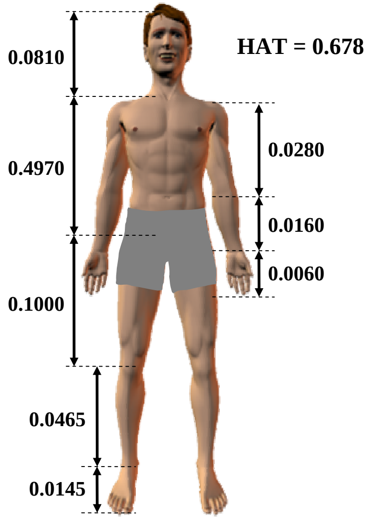
Le centre de masse est un point virtuel qui n'a pas d'existence physique

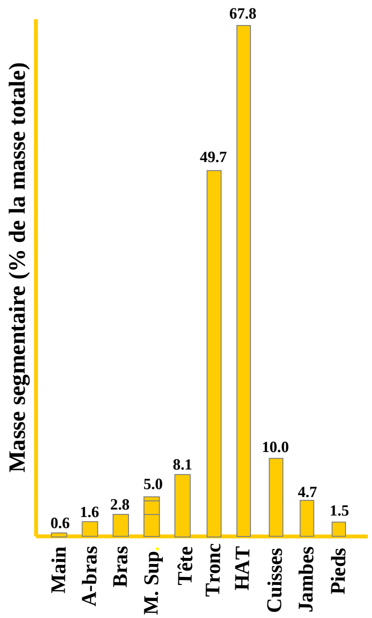
Centre de gravité segmentaire



Le centre de gravité segmentaire est fixe à l'intérieur du segment.

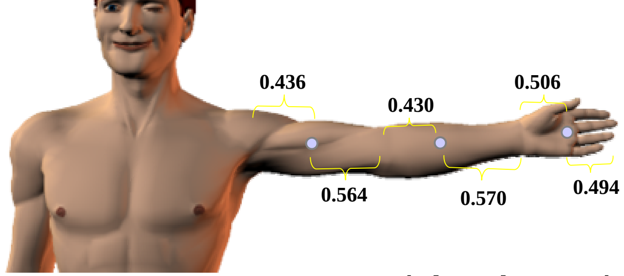
Masses segmentaires





Masse segmentaire et position du CdM

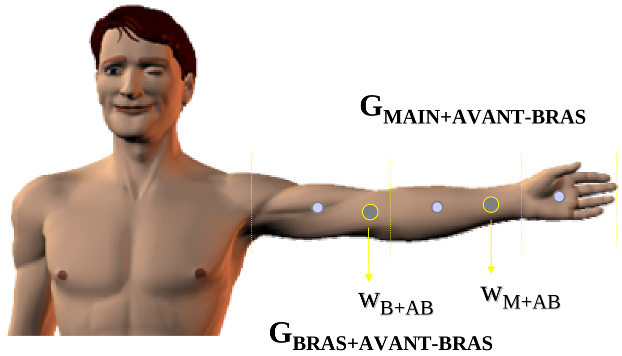
Dempster et al. (1955)
Clauser et al. (1969)
Zarsiorsky & Seluyanov (1990)



Règle anthropométrique :

Position des CdM segmentaires identiques pour tous les individus

Centres de masse combinés



L'inertie : I

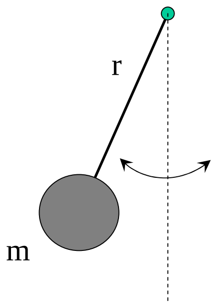
Mesure la résistance de la mise en mouvement

En translation l'inertie est la masse (m)

En rotation l'inertie est le « moment d'inertie » (I)

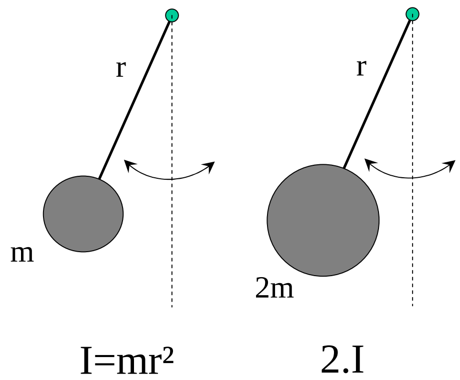
- Mesure la résistance au mouvement de rotation
- S'exprime en Kg.m²
- S'exprime en fonction de l'axe de rotation (Ex : I_{Δ})
- Proportionnelle à la masse et au rayon de rotation au carré

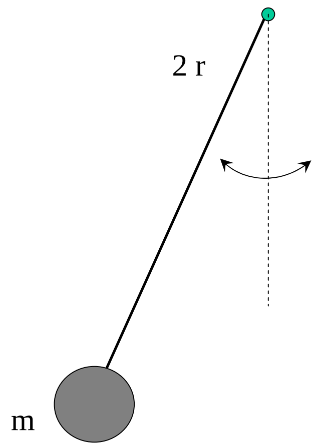
$$I = m\,r^2$$



Cas du balancier :

Plus il est lourd plus il est difficile de le mouvoir

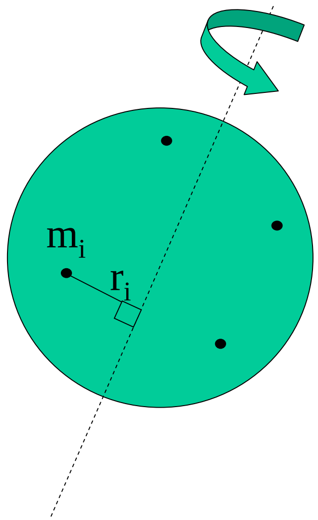




Effet de l'augmentation de la masse ou du rayon sur le moment d'inertie

4.I

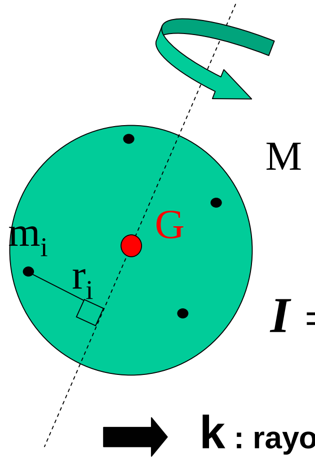
Calcul de l'inertie d'un corps en rotation composé de sous-parties



$$I = \sum_{i}^{n} m_i r_i^{\,2}$$

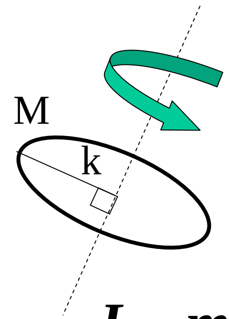
distance entre particule i (où est appliquée mi) et l'axe de rotation

Calcul de l'inertie d'un corps tournant autour d'un axe passant par son Centre de Masse



$$I = \sum_{i}^{n} m_i r_i^{\,2}$$

=



$$I = mk^2$$

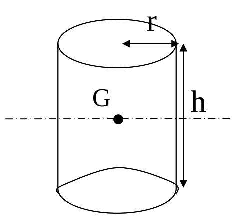
k : rayon de giration

= la distance par rapport à l'axe de rotation où toute la masse pourrait se situer pour donner le même moment d'inertie

- Du point de vue du moment d'inertie,

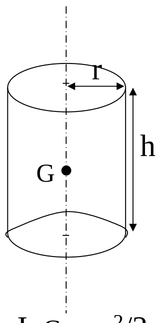
  Un système S de masse M tournant autour d'un axe passant par son CdM peut etre ramené à un cercle de rayon k (rayon de giration) où toute sa masse M serait située.

Moment d'inertie d'un cylindre /axe transversal passant par G



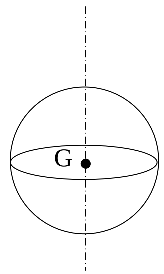
$I_{\triangle G}=(3r^2+h^2)m/12$

Moment d'inertie d'un cylindre /axe de révolution passant par G



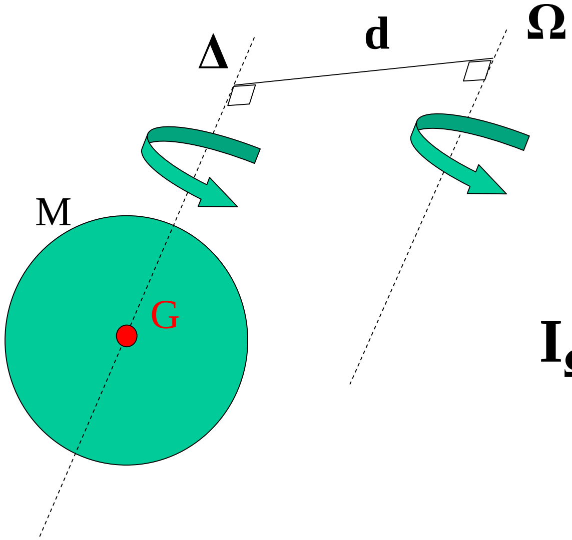
$I_{\triangle G}=mr^2/2$

Moment d'inertie d'une sphère /axe passant par G

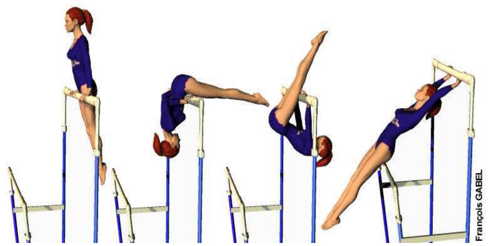


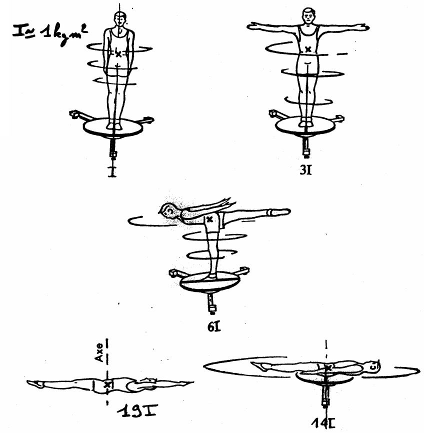
$I_{\triangle G}=2r^2m/5$

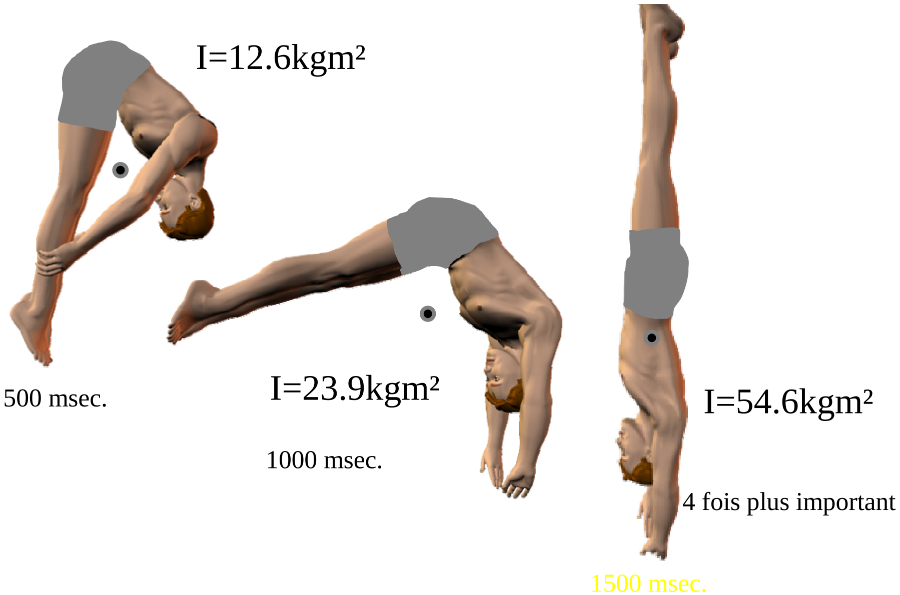
Théorème des axes paralléles



$$I_\Omega = I_\Delta + Md^2$$

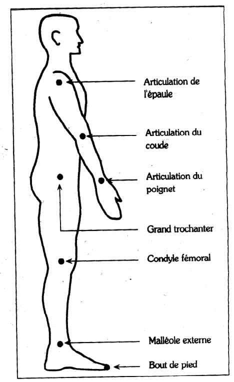






Cas du plongeur (masse totale de 75kg)

Plus le plongeur est replié, plus le moment d’inertie est petit.

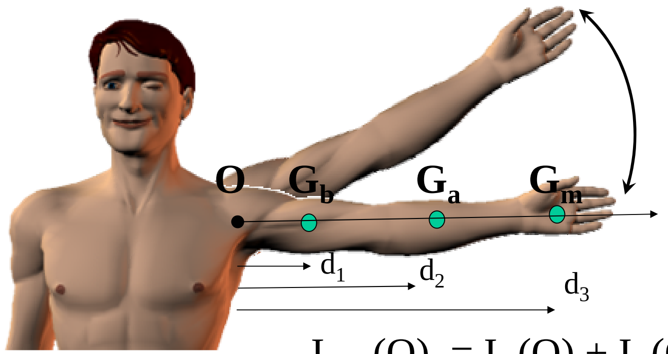


Segments	**Longueur** en % de la taille du sujet	**Masse** en % de la masse totale	**Position du G** / extrémité distale en % de longueur totale	**Rayon de giration** / axe transversal passant par G
Main	10.8	0.6	51.6	0.297
Avant-bras	14.5	1.6	57	0.468
Bras	18.8	2.8	56.4	0.322
Pieds	3.9	1.4	50	0.475
Jambe	24.6	4.7	56.7	0.302
Cuisse	24.5	10.0	56.7	0.323
Tronc +cou+tête	Tronc=28.8 Cou+tête=18.2	57.8	66	0.503

Segments	**Extrémités distale-proximale**
Main	Bout des doigts- articulation du poignet
Avant-bras	Articulation du poignet –articulation du coude
Bras	Articulation du coude- articulation de l’épaule
Pieds	Bout du pieds- malléole latérale
Jambe	Malléole latérale condyle fémoral
Cuisse	Condyle fémoral- grand tronchanter
Tronc+cou+tête	Dessus de la tête- grand tronchanter

- Le moment d'inertie des segments corporels intervient dans le mouvement
- Il constitue une résistance au mouvement
- Il est une donnée à connaitre pour optimiser le geste sportif
- le moment d'inertie d'un système est la somme des moments d'inertie de chaque segment : $$I = \sum_i I_i = \sum_i (mk_i^2 + md^2)_i$$

Méthodologie pour déterminer le moment d'inertie d'un ensemble de segment corporels



Bras = b
Avt Bras = a
Main = m

$$I_{total}(O) = I_b(O) + I_a(O) + I_m(O)$$
$$= I_b(G_b) + m_b d_1^2 + I_a(G_a) + m_a d_2^2$$
$$+ I_m(G_m) + m_m d_3^2$$